به نام خدا

مکانیک سیالات

طاهره کاظمی

فرمول های مورد نیاز:

جرم مخصوص $\rho = \frac{M}{V}$

وزن مخصوص $\gamma = \frac{W}{V}$

حجم مخصوص $Vs = \frac{V}{M} = \frac{1}{\rho}$

چگالی نسبی $S = \frac{\gamma}{\gamma w} = \frac{\rho}{\rho w}$

وزن مخصوص و جرم مخصوص آب در دمای $4\,C$ به شرح زیر است:

$$\begin{cases} \gamma_w = 1\ grf/cm^3 = 1000\ kgf/m^3 = 9806\ N/m^3 = 9/806\ kN/m^3 \approx 10\ kN/m^3 \\ \rho_w = 1\ gr/cm^3 = 1000\ kg/m^3 \end{cases}$$

در موارد لزوم، γ_w را برابر $10\ kN/m^3$ فرض کرده و مسئله را بر این اساس حل کنید.

قابلیت تراکم سیال:

ضریب تراکم حجمی $\beta p = \frac{-(\frac{dv}{v})}{dp} = -\frac{1}{v}\left(\frac{dv}{dp}\right) = \frac{1}{\rho}\left(\frac{d\rho}{dp}\right)$

مدول الاستیسیته حجمی $K = \frac{1}{\beta p} = -v\frac{dp}{dv} = \rho\frac{dp}{d\rho}$

ضریب انبساط حجمی $\beta t = \frac{\frac{dv}{v}}{dt} = \frac{1}{v}\frac{dv}{dt}$

روابط ذکر شده در قابلیت تراکم را می‌توان به طور تقریبی، به‌صورت تفاضل محدود نیز بیان کرد:

$$\beta_t \approx \frac{1}{V}\left(\frac{\Delta V}{\Delta t}\right) \qquad (P = const)$$

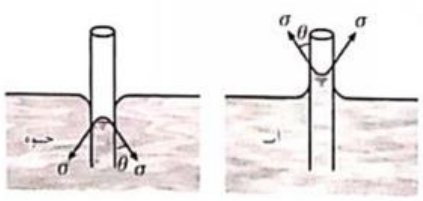
$$K = \frac{1}{\beta_P} \approx -V\left(\frac{\Delta P}{\Delta V}\right) \approx \rho\left(\frac{\Delta P}{\Delta \rho}\right) \qquad (T = const)$$

موئینگی

تعریف موئینگی ← هنگام قرار گرفتن لوله موئین در سطح آزاد مایع، مایع در لوله بالاتر یا پایین تر از سطح مایع می شود

اگر نیروی چسبندگی بیشتر از نیروی پیوستگی : مایع درون لوله موئین بالاتر از سطح مایع قرار میگیرد و به شکل مقعر

اگر نیروی پیوستگی بیشتر از نیروی چسبندگی : مایع درون لوله موئین پایین تر از سطح مایع قرار میگیرد و به شکل محدب

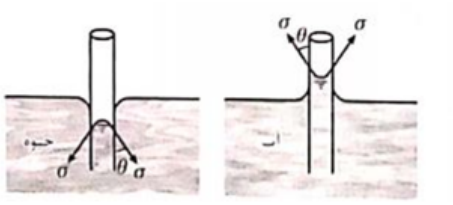


موئینگی

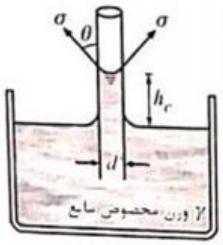
تعریف موئینگی ← هنگام قرار گرفتن لوله موئین در سطح آزاد مایع، مایع در لوله بالاتر یا پایین تر از سطح مایع می شود

اگر نیروی چسبندگی بیشتر از نیروی پیوستگی : مایع درون لوله موئین بالاتر از سطح مایع قرار میگیرد و به شکل مقعر

اگر نیروی پیوستگی بیشتر از نیروی چسبندگی : مایع درون لوله موئین پایین تر از سطح مایع قرار میگیرد و به شکل محدب



موئینگی



$$\sum F_y = 0 \Rightarrow \text{نیروی وزن مایع} = \text{نیروی کشش سطحی}$$

$$(\sigma \cos\theta) \times (\pi d) = \gamma \times (\frac{\pi d^2}{4}) \times h_c \Rightarrow \boxed{h_c = \frac{4\sigma \cos\theta}{\gamma d}}$$

لزجت سیال

تعریف لزجت

ویسکوزیته، گران‌روی یا لزجت، مقاومتی است که هنگام حرکت لایه های سیال بر روی هم ظاهر می شود
وجود چنین مقاومتی سبب می‌شود تا در سیال قابلیت انتقال تنش برشی ایجاد گردد.

لزجت دینامیکی یامطلق
μ

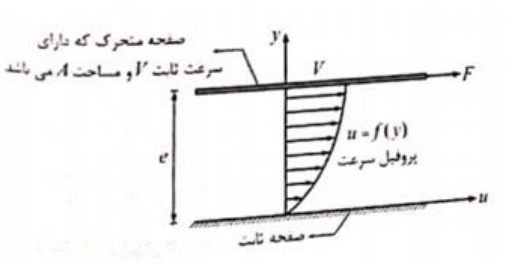
واحدهای متداول لزجت دینامیکی $\Rightarrow \begin{cases} N.s/m^2 = kg/m.s = Pa.s & \xrightarrow{\text{دیمانسیون}} (ML^{-1}T^{-1}) \\ dyn.s/cm^2 = gr/cm.s = Poise \ (\text{پواز}) & \end{cases}$

تبدیل واحد: $\boxed{Pa.s = 10\ Poise}$

لزجت سینماتیکی

$$\boldsymbol{V} = \frac{\mu}{\rho}$$

تنش برشی در سیال



$$\tau = \mu \frac{du}{dy}$$

نمونه سوال:

۱- یک ظرف فولادی فشار قوی به طور جزئی از مایعی تحت فشار ۱۰ اتمسفر پر شده است. حجم مایع در این حالت برابر ۲ لیتر می‌باشد. حال اگر فشار مایع به ۲۵ اتمسفر برسد، حجم آن برابر ۱.۹۹۸۵ لیتر خواهد شد. مطلوب است تعیین مدول بالک مایع، در صورتی که بدانیم دما پس از تراکم به دمای اولیه بازگشته است. (یک اتمسفر فشار را معادل ۱۰۰ کیلو پاسکال در نظر بگیرید.)

P1 = 10 atm
P2 = 25 atm
v1 = 2 Lit
V2 = 1.9985 Lit
k = ?

$$K = -V \frac{\Delta P}{\Delta V}$$

$$K = -1.9985 \frac{(225-10)}{(1.9985-2)} = 2\times 10\text{^}4 \quad atm$$

نمونه سوال:

۱- یک ظرف فولادی فشار قوی به طور جزئی از مایعی تحت فشار ۱۰ اتمسفر پر شده است. حجم مایع در این حالت برابر ۲ لیتر می‌باشد. حال اگر فشار مایع به ۲۵ اتمسفر برسد، حجم آن برابر ۱.۹۹۸۵ لیتر خواهد شد. مطلوب است تعیین مدول بالک مایع، در صورتی که بدانیم دما پس از تراکم به دمای اولیه بازگشته است. (یک اتمسفر فشار را معادل ۱۰۰ کیلو پاسکال در نظر بگیرید.)

P1 = 10 atm
P2 = 25 atm
v1 = 2 Lit
V2 = 1.9985 Lit
k = ?

$$K = -V\frac{\Delta P}{\Delta V}$$

$$K = -1.9985\ \frac{(225-10)}{(1.9985-2)} = 2\times 10\text{^}4 \quad atm$$

نمونه سوال:

۱- یک ظرف فولادی فشار قوی به طور جزئی از مایعی تحت فشار ۱۰ اتمسفر پر شده است. حجم مایع در این حالت برابر ۲ لیتر می‌باشد. حال اگر فشار مایع به ۲۵ اتمسفر برسد، حجم آن برابر ۱.۹۹۸۵ لیتر خواهد شد. مطلوب است تعیین مدول بالک مایع، در صورتی که بدانیم دما پس از تراکم به دمای اولیه بازگشته است. (یک اتمسفر فشار را معادل ۱۰۰ کیلو پاسکال در نظر بگیرید.)

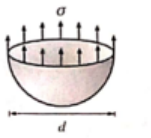
P1 = 10 atm
P2 = 25 atm
v1 = 2 Lit
V2 = 1.9985 Lit
k = ?

$$K = -V\frac{\Delta P}{\Delta V}$$

$$K = -1.9985\ \frac{(225-10)}{(1.9985-2)} = 2\times 10\text{^}4 \quad atm$$

نمونه سوال:

۳- از لوله ای قطرات آب به قطر ۷۵ μm خارج می شوند. در صورتی که ضریب کشش سطحی آب در هوا برابر ۰.۰۷۵ N/m باشد، اختلاف فشار داخل این قطرات نسبت به هوای بیرون چندکیلو پاسکال است؟



d = 75
σ = 0.075
P = ?

$F = \sigma L$

$L = 2\pi(\frac{d}{2})$

$F = PA = P\pi\left(\frac{d}{2}\right)^2$

$\Rightarrow$ $P\pi\left(\frac{d}{2}\right)^2 = \sigma\pi d$ $\Rightarrow$ $P\pi\left(\frac{d}{2}\right)^2 = \sigma\pi d$

$$P = \frac{4\sigma}{d} = \frac{4 \times 0.075}{75 \times 10^{-6}} = 4000\,pa = 4\,kpa$$

نمونه سوال:

۴ – ارتفاع صعود موئینگی آب مابین دو صفحه شیشه ای تمیز و موازی که به فاصله ۱ میلی متر از یکدیگر قرار گرفته اند چقدر است؟ (σ = 0.074 N/m و γw = 10^4 N/m^3)

σ = 0.074 N/m
γw = 10^4 N/m^3
hc = ?

$\Rightarrow$ $$hc = \frac{4\sigma\cos\theta}{\gamma d} = \frac{4 \times 0.074 \times 1}{10^4 \times 0.001} = 0.0148\,m = 14.8mm$$

نکته : برای شیشه تمیز θ=0 در نظر میگیریم.
Cos0 = 1

نمونه سوال:

۵- لوله ای به قطر 3 mm درون آب قرار گرفته است. اگر همان لوله را در لوله ی دیگری به قطر 4 mm قرار دهیم، ارتفاع صعود آب بین دو لوله چندبرابر ارتفاع صعود آب در لوله اول خواهد شد؟

$d1 = 3\ mm$
$d2 = 4\ mm$
$\frac{h2}{h1} = ?$

$\Rightarrow \quad hc = \frac{4\sigma cos\theta}{\gamma d}$

$h1 = \frac{4\sigma cos\theta}{\gamma d1}$

$h2 = \frac{4\sigma cos\theta}{\gamma (d2 - d1)}$

$\Rightarrow \quad \frac{h2}{h1} = \frac{d1}{(d2-d1)} = \frac{3}{1} = 3$

نمونه سوال:

۶- توزیع سرعت یک مایع بر روی یک سطح صلب به وسیله رابطه $u = ay - y^2$ داده شده است. تنش برشی در $y=\frac{a}{4}$ چند برابر تنش برشی در $y=\frac{a}{6}$ می باشد؟

$u = ay - y^2$
$y1=\frac{a}{4}$
$y2=\frac{a}{6}$
$\frac{\tau 1}{\tau 2} = ?$

$\Rightarrow \quad \tau = \mu \frac{du}{dy}$

$\frac{du}{dy} = a - 2y$

$\Rightarrow \quad \tau = \mu (a - 2y)$

$\tau 1 = \mu (a - 2(\frac{a}{4})) = \mu \frac{a}{2}$

$\tau 2 = \mu (a - 2(\frac{a}{6})) = 2\mu \frac{a}{3}$

$\Rightarrow \quad \frac{\tau 1}{\tau 2} = \frac{\frac{\mu a}{2}}{\frac{2\mu a}{3}} = \frac{3}{4}$

نمونه سوال:

۷-آب در لوله ای جریان دارد و پروفیل توزیع سرعت در مقطعی از لوله توسط رابطه $v = \frac{\beta}{4\mu}\left(\frac{D^2}{4} - r^2\right)$ مشخص می شود. در این رابطه βمقدار ثابت ،r فاصله شعاعی از محور لوله، D قطر لوله و v سرعت در فاصله rمی باشد. تنش برشی وارد بر جدار لوله چندبرابر تنش برشی در فاصله $r=\frac{D}{4}$ است؟

$v = \frac{\beta}{4\mu}\left(\frac{D^2}{4} - r^2\right)$

$r2 = y = \frac{D}{4}$

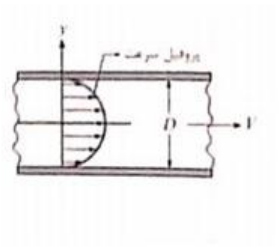
$r1 = \frac{D}{2}$

$\frac{\tau 1}{\tau 2} = ?$

$\tau = -\mu\frac{du}{dr}$

$\tau = -\mu(-\frac{\beta r}{2\mu}) = \frac{\beta r}{2}$

$\frac{du}{dy} = -\frac{\beta r}{2\mu}$



$\tau 1 = \frac{\beta r1}{2}$

$\frac{\tau 1}{\tau 2} = \frac{r1}{r2} = \frac{\frac{D}{2}}{\frac{D}{4}} = 2$

$\tau 2 = \frac{\beta r2}{2}$

نمونه سوال:

۸- صفحه ای به ابعاد 2m*4m بر روی سطحی افقی که به روغن با ویسکوزیته 0.025kg/m.s آغشته شده، قرار گرفته است. اگر صفحه با سرعت 2m/s حرکت کند و ضخامت لایه 0.2mm باشد، نیروی وارد بر صفحه چند نیوتن است؟

$A = 2 \times 4 = 8$

$\mu = 0.025$ kg/m.s

V=2m/s

e = 0.2 mm

F = ?

$\tau = \mu\frac{du}{dr}$

$Ff = A\mu\frac{du}{dr}$

$\tau = \frac{Ff}{A}$

چون ضخامت کم است

$\frac{du}{dr} = \frac{V}{e}$

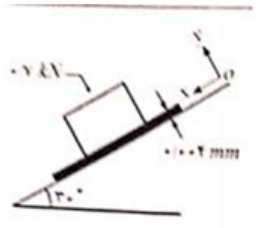
$\sum Fx = 0$ $\quad F = Ff = \mu A\left(\frac{V}{e}\right)$ $\quad . = 0.025 \times 8 \times \left(\frac{2}{0.002}\right) = 2000\ N$

نمونه سوال:

۹ – یک بلوک مکعبی به وزن 0.7 KN و طول ضلع 20 cm روی فیلمی از روغن به ضخامت ۰.۰۰۴ mm مطابق شکل بر یک سطح شیبدار می لغزد. اگر لزجت روغن 7×10^{-2} پواز باشد، سرعت حد بلوک چقدر خواهد بود؟

W = 0.7 KN
A = 0.04
e= 0.004 mm
μ= 7×10^{-2}
V = ?

$$\tau = \mu \frac{du}{dr} \qquad \sum Fx = 0 \qquad w \sin\alpha = \tau A = \mu A \left(\frac{V}{e}\right)$$



$$V = \frac{W\, e SIN\alpha}{A\mu} = \frac{0.7 \times 0.004 \times 10^{-3} \times Sin30}{0.04 \times 0.007} = 5 \text{ m/s}$$

نکته : ۱ پواز معادل ۰.۱ پاسکال ثانیه است. بنابراین:
7×10^{-2} پواز = 7×10^{-3} *pa.s*

نمونه سوال:

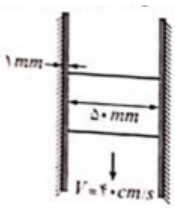
10- یک بلوک چوبی مکعبی به ضلع 50 mm و چگالی 0.6 ، مطابق شکل بین دو صفحه موازی قرار دارد. سطح تماس بلوک چوبی و صفحات موازی، با قشری از روغن به ضخامت 1 mm پوشیده شده است. اگر بلوک مورد نظر با سرعت ثابت 40 m/s به سمت پیین در حال حرکت باشد، ویسکوزیته سینماتیکی روغن چند است؟ (جرم مخصوص روغن 750 kg/m3 می‌باشد.)

W = 0.7 KN
V = 0. 05^3 m^3
e= 1 mm
γ= 0.6
ρ= $750 kg/m3$
V = 40 m/s
μ=?

$$w = \gamma \times v$$

$$\sum Fy = 0 \qquad w = \tau A = \mu A \left(\frac{V}{e}\right)$$

$$\tau = \mu \frac{du}{dr}$$



$$\mu = \frac{W\, e}{Av} = \frac{0.6 \times 10^4 \times 0.05^3 \times 0.001}{(0.05^2 \times 2) \times 40} = 0.375 pa.s$$

$$v = \frac{\mu}{\rho} = \frac{0.375}{750} = 5 \times 10^{-4} \frac{m^2}{s} = 5\ cm^2/s$$

نمونه سوال:

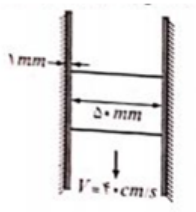
10- یک بلوک چوبی مکعبی به ضلع 50 mm و چگالی 0.6 ، مطابق شکل بین دو صفحه موازی قرار دارد. سطح تماس بلوک چوبی و صفحات موازی، با قشری از روغن به ضخامت 1 mm پوشیده شده است. اگر بلوک مورد نظر با سرعت ثابت 40 m/s به سمت پیین در حال حرکت باشد، ویسکوزیته سینماتیکی روغن چند است؟ (جرم مخصوص روغن 750 kg/m3 می‌باشد.)

W = 0.7 KN
V = $0.05^3\ m^3$
e= 1 mm
γ= 0.6
ρ= $750kg/m3$
V = 40 m/s
μ=?

$$w = \gamma \times v$$

$$\sum Fy = 0 \qquad w = \tau A = \mu A \left(\frac{V}{e}\right)$$

$$\tau = \mu \frac{du}{dr}$$



$$\mu = \frac{We}{Av} = \frac{0.6\times10^4\times0.05^3\times0.001}{(0.05^2\times2)\times40} = 0.375 pa.s$$

$$v = \frac{\mu}{\rho} = \frac{0.375}{750} = 5\times10^{-4}\frac{m^2}{s} = 5\ cm^2/s$$

نمونه سوال:

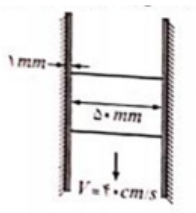
10- یک بلوک چوبی مکعبی به ضلع 50 mm و چگالی 0.6 ، مطابق شکل بین دو صفحه موازی قرار دارد. سطح تماس بلوک چوبی و صفحات موازی، با قشری از روغن به ضخامت 1 mm پوشیده شده است. اگر بلوک مورد نظر با سرعت ثابت 40 m/s به سمت پیین در حال حرکت باشد، ویسکوزیته سینماتیکی روغن چند است؟ (جرم مخصوص روغن 750 kg/m3 می‌باشد.)

W = 0.7 KN
V = $0.05^3\ m^3$
e= 1 mm
γ= 0.6
ρ= $750kg/m3$
V = 40 m/s
μ=?

$$w = \gamma \times v$$

$$\sum Fy = 0 \qquad w = \tau A = \mu A \left(\frac{V}{e}\right)$$

$$\tau = \mu \frac{du}{dr}$$



$$\mu = \frac{We}{Av} = \frac{0.6\times10^4\times0.05^3\times0.001}{(0.05^2\times2)\times40} = 0.375 pa.s$$

$$v = \frac{\mu}{\rho} = \frac{0.375}{750} = 5\times10^{-4}\frac{m^2}{s} = 5\ cm^2/s$$

نکته: در یک لوله مدور چناچه فاصله هر نقطه سیال از مرکز لوله و جداره را به ترتیب با **r** و **y** نشان دهیم. در آنصورت می توان محاسبه تنش برشی را بیان کرد.

$r + y = R$

$dy = -dr$

$$\tau = \mu \frac{du}{dy}$$

$\Longrightarrow$

$$\tau = -\mu \frac{du}{dr}$$